WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY

dla uczniów szkół podstawowych w roku szkolnym 2012/13

III stopień zawodów (wojewódzki)
19 stycznia 2013 r.

Propozycja punktowania rozwiązań zadań

Uwaga

Łącznie uczeń może zdobyć **20 punktów.**

Laureatami zostają uczestnicy etapu wojewódzkiego, którzy uzyskali, co najmniej 80 % punktów możliwych do zdobycia, czyli **16 punktów.**

Finalistami zostają uczestnicy etapu wojewódzkiego, którzy uzyskali, co najmniej 60% punktów możliwych do zdobycia, czyli **12 punktów.**

Za każde poprawne rozwiązanie inne niż przewidziane w propozycji punktowania rozwiązań zadań przyznajemy **maksymalną** liczbę punktów.

Zadanie 1.

Znajdź wszystkie liczby czterocyfrowe parzyste podzielne przez 9, których cyfra dziesiątek, cyfra setek i cyfra jedności to kolejne liczby nieparzyste.

Uczeń:	
• zapisuje trzy pierwsze cyfry wszystkich możliwych liczb czterocyfrowych,	1 pkt
• analizuje liczby I rodzaju i biorąc pod uwagę podzielność przez 9 oraz parzystość ustala liczby spełniające warunki zadania	1 pkt
• analizuje liczby II rodzaju i biorąc pod uwagę podzielność przez 9 oraz parzystość ustala liczby spełniające warunki zadania	1 pkt
• analizuje liczby III rodzaju i biorąc pod uwagę podzielność przez 9 oraz parzystość ustala liczby spełniające warunki zadania	1 pkt
Uwaga: Uczeń, który rozpatrzy tylko takie liczby spełniające warunki zadania, których trzy pierwsze cyfry są ustawione w kolejności rosnącej (135□, 357□, 579□) albo tylko z pierwszymi cyframi ustawionymi w kolejności malejącej (531□, 753□, 975□) otrzymuje **3 punkty**.	

1. Szukane liczby czterocyfrowe mają postać:

135□ 357□ 579□

531□ 753□ 975□

Liczby spełniające warunki zadania muszą być parzyste i podzielne przez 9

2. 135□ oraz 531□ 1+3+5=9

Aby te liczby były podzielne przez 9 w □ można wstawić cyfrę 0 lub 9.

Warunki zadania spełniają tylko liczby **1350** **oraz** **5310** (są parzyste i podzielne przez 9)

3. 357□ oraz 753□ 3+5+7=15

Aby te liczby były podzielne przez 9 w □ można wstawić jedynie cyfrę 3.

Żadna z liczb: ani liczba 3573 ani liczba 7533 nie spełniają warunków zadania (są podzielne przez 9, ale nie są parzyste)

4. 579□ oraz 975□ 5+7+9=21

Aby te liczby były podzielne przez 9 w □ można wstawić cyfrę 6.

Liczby: <u>**5796**</u> oraz <u>**9756**</u> spełniają warunki zadania (są parzyste i podzielne przez 9)

Odp. Szukane liczby to **1350, 5310, 5796** oraz **9756.**

<u>Zadanie 2.</u>

Suma odwrotności wartości bezwzględnej liczby x i odwrotności liczby 4 jest równa $1\frac{2}{3}$.

Zapisz odpowiednie równanie i oblicz x.

Uczeń:	
• zapisuje równanie poprawnie interpretując pojęcie „odwrotność liczby”,	1 pkt
• oblicza, ile wynosi odwrotność liczby $\lvert x\rvert$ (przekształci równanie do postaci $\frac{1}{\lvert x\rvert}=\ldots$)	1 pkt
• oblicza liczbę $\lvert x\rvert$	1 pkt
• oblicza liczbę x	1 pkt
<u>Uwaga:</u> Uczeń, który poprawnie zapisze równanie i znajdzie tylko jedno rozwiązanie $\left(x=\frac{12}{17}\right)$ otrzymuje **3 punkty**.	

1. $\frac{1}{\lvert x\rvert}+\frac{1}{4}=1\frac{2}{3}$

   $\frac{1}{\lvert x\rvert}=1\frac{8}{12}-\frac{3}{12}$

2. $\frac{1}{\lvert x\rvert}=1\frac{5}{12}$

   $\frac{1}{\lvert x\rvert}=\frac{17}{12}$

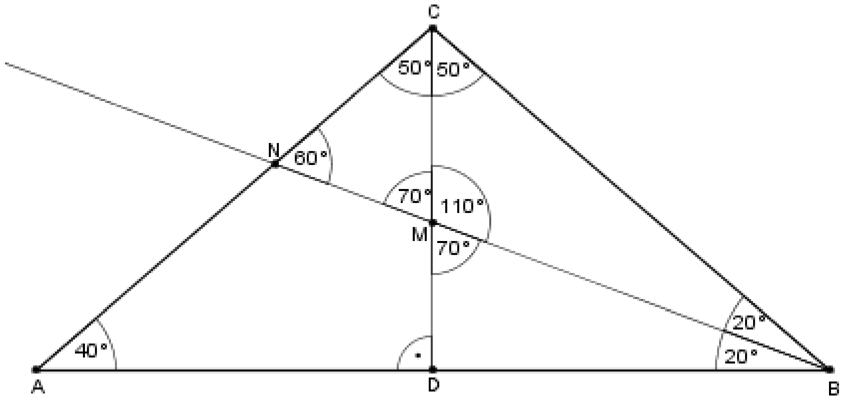
3. Odwrotność liczby $\lvert x\rvert$ wznosi $\frac{17}{12}$, czyli $\lvert x\rvert$ wynosi $\frac{12}{17}$

4. Liczba x jest równa $\frac{12}{17}$ lub $\left(-\frac{12}{17}\right)$.

<u>Zadanie 3.</u>

W trójkącie równoramiennym ABC $(\lvert AC\rvert=\lvert BC\rvert)$ poprowadzono wysokość CD oraz półprostą o początku w punkcie B, która podzieliła kąt ABC na dwa równe kąty. Półprosta ta przecięła wysokość CD w punkcie M i bok AC w punkcie N. Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta MNC jeśli $\lvert\angle CMB\rvert$ wynosi $110°$.

Uczeń:	
• wykonuje rysunek z oznaczeniami według polecenia	1 pkt
• korzysta z własności kątów przyległych i oblicza miary kątów: $\angle NMC$ oraz $\angle DMB$	1 pkt
• korzysta z warunków zadania oraz z sumy kątów trójkąta i oblicza miary kątów przy podstawie trójkąta ABC	1 pkt
• korzystając z sumy kątów w trójkątach ADC oraz NMC oblicza miary kątów: $\angle NCM$ oraz $\angle MNC$	1 pkt



1. $|\angle NMC| = 70°$ oraz $|\angle DMB| = 70°$ (kąty przyległe do $\angle BMC$ o mierze $110°$)

2. $|\angle MBD| = 180° - 90° - 70° = 20°$ (z sumy kątów w trójkącie MBD)

   $|\angle MBC| = 20°$

   $|\angle BAC| = 40°$ (trójkąt ABC - równoramienny

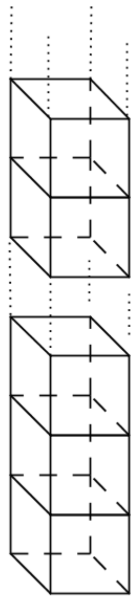
3. $|\angle ACD| = 180° - 90° - 40° = 50°$ (z sumy kątów w trójkącie ACD)

4. $|\angle MNC| = 180° - 70° - 50° = 60°$ (z sumy kątów w trójkącie MNC)

Odp. W trójkącie MNC: $|\angle NMC| = 70°$, $|\angle NCM| = 50°$, $|\angle MNC| = 60°$.

<u>**Zadanie 4.**</u>

Sześcian o objętości 1 m^3 pocięto na małe sześciany o krawędzi 1 dm. Z wszystkich małych sześcianów sklejono prostopadłościan, którego podstawą jest jedna ściana małego sześcianu, a pozostałe sześciany sklejono podstawami tworząc słup – tak, jak na rysunku. Oblicz, ile puszek farby trzeba kupić, aby pomalować wszystkie ściany tego prostopadłościanu, jeżeli jedna puszka farby wystarcza na pomalowanie 6 m^2 powierzchni.



Uczeń: • zamienia m^3 na dm^3, • oblicza wysokość prostopadłościanu, • oblicza pole powierzchni prostopadłościanu, • oblicza liczbę puszek farby potrzebnej do pomalowania prostopadłościanu.	1 pkt 1 pkt 1 pkt 1 pkt
<u>**Uwaga*:***</u> uczeń w obliczeniach nie musi zapisywać jednostek.	

1. $V_{Dsz} = 1\ [m^3] = 1000\ [dm^3]$

2. $\begin{matrix} V_{Msz} = 1000\ [dm^3] \\ V_{Msz} = 1 \cdot 1 \cdot H \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad H = 1000\ [dm] = 100\ [m]$

3. $P_c = 2\cdot 1\cdot 1 + 4\cdot 1\cdot 1000 = 4002\ [dm^2]$

4. 1 puszka farby wystarczy na pomalowanie $6\ [m^2] = 600\ [dm^2]$ powierzchni

$$4002 : 600 = 6\frac{402}{600}$$

Odp. Trzeba kupić **7** puszek farby, aby wystarczyło na pomalowanie tego prostopadłościanu.

<u>Zadanie 5.</u>

Podczas zabawy karnawałowej, w której uczestniczyło więcej niż 100, ale mniej niż 150 dzieci zorganizowano przerwę na poczęstunek. Wszystkie dzieci usiadły przy 27 stolikach, przy każdym po tyle samo osób. Oblicz, ile dziewczynek brało udział w tej zabawie, jeśli chłopcy stanowili $\frac{5}{12}$ liczby dzieci spożywających posiłek.

Uczeń:	
• znajduje wszystkie wielokrotności liczby 27 mieszczące się w przedziale (100, 150)	1 pkt
• oblicza jakim ułamkiem wszystkich dzieci jest liczba dziewczynek	1 pkt
• oblicza liczbę dziewczynek w I sytuacji	1 pkt
• oblicza liczbę dziewczynek w II sytuacji i interpretuje wynik działania	1 pkt

1. Wielokrotności liczby 27 większe od 100 i mniejsze od 150 to:

$$4\cdot 27 = 108 \quad \text{oraz} \quad 5\cdot 27 = 135$$

2. Chłopcy stanowili $\frac{5}{12}$ liczby dzieci, czyli dziewczynki stanowiły $\frac{7}{12}$ liczby dzieci

3. I sytuacja: przy każdym stoliku siedziało 4 dzieci, razem było 108 dzieci

dziewczynek było: $\frac{7}{12}\cdot 108 = 63$

4. II sytuacja: przy każdym stoliku siedziało 5 dzieci, razem było 135 dzieci

dziewczynek było: $\frac{7}{12}\cdot 135 = \frac{315}{4} = 78\frac{3}{4} \Rightarrow$ sytuacja niemożliwa

Odp. W zabawie karnawałowej brało udział 108 dzieci, w tym **63** dziewczynki.