

### **III. Ewaluacja formatywna w projekcie „Połowa drogi...” - wieloaspektowa prognoza umiejętności matematycznych**

*W pałacu już orkiestra gra,  
Jest lemoniada, torty dwa.  
Wszystko gotowe, można rzec!  
Ale... na stole nie ma świec.  
Królowna biega tu i tam.  
- Kiciu, gdzie świeczki upchnąć mam?  
Ten świecznik wielki jest, że hej –  
Na świec dwadzieścia. Ja mam mniej...*

*- Świeczników w szafie mnóstwo masz.  
Tu srebrne są, na świece dwie –  
W nich wszystkie świeczki zmieszczą się!  
- Nie, nie chcę! To wygląda źle!*

*Więc weźmy te, na świece trzy.  
Też świetnie pasowałyby!  
I wszystkie świece zmieszczą się...  
- Potrójne? Nie chcę! Nie i nie!*

*Świeczniki te poczwórne weź.  
Po cztery świece wstaw, i cześć!  
Też wszystkie świece zmieszczą się.  
- Po cztery? Nie chcę!  
- Czemu nie?!*

*- Chcę wszystkie w jednym zmieścić!  
Tak, by żadnej w nim nie było brak  
i żebym mogła wstawić tam  
te wszystkie świeczki, które mam.  
Znajdź taki świecznik mi, raz-dwa!*

*Wiesz, ile świec pomieścić ma?<sup>1</sup>*

Natalia Usenko, *Wielki bal*

---

<sup>1</sup> [w:] Agata Ludwa we współpracy z Marią Lorek, *Nasza szkoła. Matematyka. Podręcznik dla szkoły podstawowej (dla klasy drugiej)*, 2015, cz. 2, s. 63.

W ramach projektu **Połowa drogi...** Mazowieckie Samorządowe Centrum Doskonalenia Nauczycieli pod patronatem Mazowieckiego Kuratora Oświaty – od 2010 r. – zajmuje się:

- diagnozowaniem umiejętności matematycznych uczniów szkół ponadgimnazjalnych;
- wspieraniem rozwoju kwalifikacji diagnostycznych i ewaluacyjnych nauczycieli matematyki;
- stymulacją rozwoju indywidualnego uczniów, rekomendując ocenianie orientujące, tutoring oraz samoocenę uczniów.

Ewaluacja działań projektowych w ostatnich latach otworzyła **Połowę drogi...** na prognozę jutra; zatem „fotografia” umiejętności ucznia zmieniła się na dialog stymulujący rozwój ucznia. Dzięki wdrażaniu systemu budowania komentarzy dydaktycznych stała się drogowskazem dla ucznia, a nauczyciel - przewodnikiem na drodze jego rozwoju. Od września 2011 r. wnioski z badań dydaktycznych zmieniły się na komentarze orientujące ucznia w kierunku rozwoju umiejętności matematycznych.

Ponadto unormowana diagnostyka rozwojowa obejmuje badaniami podłużnymi uczniów na starcie i w połowie IV etapu edukacyjnego, co umożliwi również badanie rozwoju jakości edukacji matematycznej za pomocą wskaźników edukacyjnej wartości dodanej.

Projekt edukacyjny **Połowa drogi...** już przed rokiem 2014 był realizowany głównie w trybie on-line. Na stronie [www.polowadrogi.mscdn.pl](http://www.polowadrogi.mscdn.pl) nauczyciele matematyki za pomocą FORMULARZA zgłaszali klasy pierwsze (jesienią) lub drugie (wiosną) ze szkół ponadgimnazjalnych do sprawdzianów **Potęga matematyki** (jesienią) albo **Matematyka do potęgi P** lub **Matematyka do potęgi R** (wiosną). Pobierali materiały do przeprowadzenia sprawdzianów – arkusze w wersji A i B oraz kartoteki z modelami oceniania holistycznego; w określonym terminie przeprowadzali sprawdziany, a następnie wpisywali wyniki uczniów z jednej klasy do FORMULARZA WYNIKOWEGO i automatycznie po zakończeniu wpisywania otrzymywali KLASOWY RAPORT DIAGNOSTYCZNY. Korzystali również z innych materiałów:

- ewaluacyjnych: *Raporty ewaluacyjne na podstawie wyników poprzednich badań umiejętności uczniów klas pierwszych lub drugich w szkołach ponadgimnazjalnych;*
- dokumentujących jakość nauczania matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych: *Edukacyjna wartość dodana na poziomie podstawowym lub rozszerzonym w kształceniu matematycznym;*
- metodycznych: *Ocenianie orientujące, czyli wskazywanie uczniom kierunków indywidualnego rozwoju na podstawie wyników sprawdzianu projektu Połowa drogi...*
- kontekstowych, związanych z rozwojem zawodowym nauczyciela matematyki – wskazywanie publikacji, linków, problemów związanych z kierunkami zmian w systemie oświatowym, myśleniem matematycznym w kontekście ucznia mającego trudności, jak również uzdolnionego.

Uczestnicy badań umiejętności matematycznych w projekcie **Połowa drogi...** od 2014 r. są liczbowo opisani w tabeli 1.

Tabela 6. Uczestnicy badań w projekcie **Połowa drogi...** od 2014 r.

Liczba*	szkół	klas	uczniów	nauczycieli
Mazowsze	100	300	7200	210

\*)Liczby odpowiadają uśrednionym oszacowaniom z dokładnością do 10.

### **Unormowana diagnostyka rozwojowa<sup>2</sup> - paradygmat naukowy w projekcie *Połowa drogi...***

Obecnie w projekcie **Połowa drogi...** trwa już piąta edycja współpracy z nauczycielami matematyki **na kursach doskonalących** w trybie on-line. Kolejne edycje kursów doskonalących:

- *Wykorzystanie matematycznych sytuacji zadaniowych w edukacji młodzieży;*
- *Wieloaspektowa analiza diagnostyczna w projekcie *Połowa drogi...*;*
- *Analiza diagnostyczna umiejętności matematycznych uczniów klas drugich ponadgimnazjalnych w projekcie *Połowa drogi...**
- *Nauczyciel i uczeń wobec wyników badań diagnostycznych w projekcie *Połowa drogi...*;*
- *Wieloaspektowa struktura wymagań w badaniach diagnostycznych w projekcie *Połowa drogi...**

Podczas kursu nauczyciele koncentrują się, nie tylko na zastosowaniu zaproponowanego przez prowadzących trafnego narzędzia pomiaru dydaktycznego, ale również uczestniczą w analizowaniu i interpretowaniu wyników skierowanym na **rozwijanie indywidualnych umiejętności uczniów**. Dzięki nowoczesnej formie doskonalenia nauczyciele dzielą się własnym doświadczeniem zawodowym z nauczycielami z innych mazowieckich szkół, wymieniają poglądy i obserwacje dotyczące wyników diagnozy oraz na temat zadań badających umiejętności uczniów.

Oto przykład twórczych inspiracji nauczycieli<sup>3</sup>.

#### **Uwagi o zadaniu z poziomu rozszerzonego**

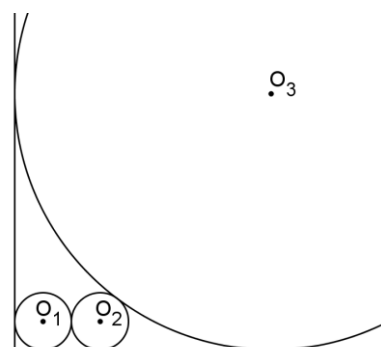
N1: *Jedno z zadań z poziomu rozszerzonego zainspirowało mnie do pewnego problemu dotyczącego kąta prostego i trzech okręgów. Polecam do przemyślenia.*

<sup>2</sup> B. Niemierko, *Diagnostyka edukacyjna*, Wyd. Nauk. PWN, 2009, s. 52 i nast.

<sup>3</sup> Źródło: wypowiedzi panelowe uczestników kursu on-line w projekcie *Połowa drogi...*

**Problem łatwy** – przykładowa ilustracja na rys. 17.

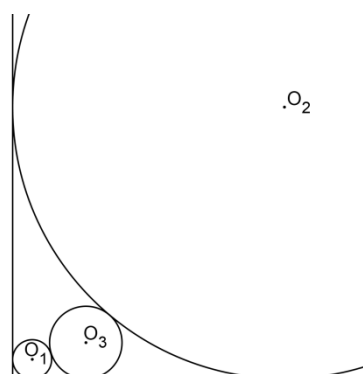
Dany jest okrąg  $O_1$  o promieniu  $r$  wpisany w kąt prosty i drugi okrąg  $O_2$  również o promieniu  $r$ , styczny do  $O_1$  oraz styczny od strony wewnętrznej do jednego z ramion kąta prostego. Wyznacz okrąg  $O_3$  wpisany w ten kąt prosty i styczny do okręgu  $O_2$ . Rozpatrz wszystkie możliwe przypadki.



**Rysunek 17.**

**Problem trudny** – przykładowa ilustracja na rys. 18.

Dane są dwa rozłączne okręgi  $O_1$  o promieniu  $r_1$  i  $O_2$  o promieniu  $r_2$ , gdy  $r_1 < r_2$ , wpisane w kąt prosty. Wyznacz okrąg  $O_3$  styczny jednocześnie do okręgów  $O_1$  i  $O_2$  oraz styczny od strony wewnętrznej do jednego z ramion kąta prostego. Rozpatrz wszystkie możliwe przypadki.



**Rysunek 18.**

W jednym z modułów kursu nauczyciele analizowali metody pracy na lekcjach matematyki – pojawiło się wiele ciekawych przemyśleń.

**Tabela 7.** Analiza SWOT wybranych metod pracy na lekcjach matematyki – dyskusja

Wybrane metody pracy	Mocne strony	Słabe strony
Rozwiązywanie jednego zadania wieloma sposobami	<ul style="list-style-type: none"> <li>• jeżeli można pokazać wiele rozwiązań, to tym samym możemy umożliwić wybór odpowiedniej dla danego ucznia metody (drogi) aby dojść do celu;</li> <li>• uczeń po przeanalizowaniu rozwiązań podobne zadania rozwiązuje najlepiej zrozumianą metodą, są efekty;</li> <li>• aktywizuje;</li> <li>• uczy dochodzenia do rozwiązania wieloma drogami;</li> <li>• likwiduje stereotypy dotyczące matematyki.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• nie dla ucznia z trudnościami matematycznymi (dwie metody wystarczą);</li> <li>• bardzo czasochłonne;</li> <li>• rozwiązywanie w taki sposób zadań zabiera wiele cennego czasu;</li> <li>• nudne dla uczniów, którzy mają stereotypowe pojęcie o matematyce;</li> <li>• niepotrzebne dla uczniów, których jedynym oczekiwaniem jest osiągnięcie progu zaliczenia.</li> </ul>

Rozwiązywanie wielu różnych zadań z danego zakresu	<ul style="list-style-type: none"> <li>• uczniowie w ten sposób mogą wyćwiczyć oraz przyswoić dany zakres materiału</li> <li>• jeżeli przećwiczą jeden zakres materiału to łatwiej zdobywają wiedzę i umiejętności z następnego zakresu, a to skutkuje lepszymi wynikami w nauce;</li> <li>• dostarcza gotowych schematów rozwiązań;</li> <li>• gwarantuje słabszym uczniom poczucie przygotowania do matury.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wymaga dużo czasu, a tego zawsze mało przy małej liczbie godzin tygodniowo;</li> <li>• daje fałszywe poczucie "zrozumienia" tematu przez uczniów;</li> <li>• daje fałszywe poczucie "zrealizowania" tematu przez nauczyciela.</li> </ul>
<b>Wybrane metody pracy</b>	<b>Szanse/możliwości</b>	<b>Zagrożenia</b>
Rozwiązywanie jednego zadania wieloma sposobami	<ul style="list-style-type: none"> <li>• pobudza do myślenia;</li> <li>• umożliwia uczniowi dokonania właściwego dla niego sposobu rozwiązania;</li> <li>• szansa rozwoju myślenia abstrakcyjnego u niektórych uczniów;</li> <li>• rozwija twórczość i kreatywność myślenia;</li> <li>• wspiera samodzielność w wyborze metody rozwiązania;</li> <li>• stwarza szanse zdrowej rywalizacji w rozwiązywaniu.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stwarzają zagrożenie niezrealizowania podstawy programowej</li> <li>• stwarza sytuację, w której niektóre tematy będą opanowane głęboko, a inne pobieżnie z braku czasu.</li> </ul>
Rozwiązywanie wielu różnych zadań z danego zakresu	<ul style="list-style-type: none"> <li>• daje uczniowie poczucie pewności w umiejętnościach rozwiązywania zadań;</li> <li>• pozwala wyćwiczyć najczęstsze schematy rozwiązywania zadań;</li> <li>• pozwala na osiągnięcie przez słabych uczniów zadowalającego progu zaliczenia matury (30%);</li> <li>• ułatwia szybkie rozwiązywanie schematycznych zadań zamkniętych.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• niezrealizowanie podstawy programowej;</li> <li>• nie wyrabia nawyku myślenia;</li> <li>• sprowadza obraz przedmiotu matematyka do nauki o algorytmach;</li> <li>• zabija twórcze myślenie.</li> </ul>

Ideą projektu **Połowa drogi...** jest rozwój ucznia, każdego ucznia. Po przeprowadzeniu testów matematycznych nauczyciele uzyskują opis statystyczny wyników klasy, szkoły, regionu. Jak na tym tle wyróżniają się wyniki indywidualne uczniów?

**Czy unormowana diagnostyka interwencyjna jest również paradygmatem naukowym w projekcie Połowa drogi...?**

Czy – na podstawie wyników sprawdzianów matematycznych przeprowadzonych na starcie i w połowie IV etapu edukacyjnego – można rozpoznać zaburzenia w uczeniu się i podjąć interwencje naprawcze albo podjąć działania wspierające talenty i indywidualne zainteresowania uczniów?

Wskazywanie uczniowi – przez nauczyciela równoległe rozwijającego się na kursie on-line – kierunku indywidualnego uczenia się matematyki – oto współczesne wyzwania w projekcie *Połowa drogi...*<sup>4</sup>

Drogowskazem w tym zakresie jest badanie umiejętności matematycznych uczniów narzędziem diagnostycznym określonym jako kompetencje **A M O R**:

- A** – analizowanie treści zadania, posługiwanie się językiem matematyki;
- M** – umiejętność wyboru, zastosowania modelu matematycznego oraz strategii rozwiązania zadania-problemu;
- O** – oryginalność przedstawionego rozwiązania;
- R** – poprawność rachunkowa lub przekształceń.

Drogowskazem wskazującym kierunek rozwoju indywidualnego uczniów są również komentarze dydaktyczne konstruowane w procesie oceniania orientującego. Strukturę formułowania komentarzy dydaktycznych wyznaczają wymagania ogólne z matematyki, sformułowane w podstawie programowej<sup>5</sup>:

- I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.
- II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.
- III. Modelowanie matematyczne.
- IV. Użycie i tworzenie strategii.
- V. Rozumowanie i argumentacja.

Komentarze dydaktyczne można konstruować przesuwając się po drabinie wymagań ogólnych; od umiejętności podstawowych, korygujących indywidualne usterki, poprzez umiejętności diagnozowane, aż do uogólnień i rozwoju umiejętności wyższego poziomu (patrz: rys. 8, cz. II.).

---

<sup>4</sup> Monika Jonczak, Elżbieta Ostaficzuk, Grażyna Śleszyńska - *Sprawdzian umiejętności matematycznych uczniów – narzędziem diagnozy dyspozycji nauczyciela XXI wieku?*, s. 426 i nast. XIX Konferencja Diagnostyki Edukacyjnej, Gniezno 2013;

*Polska edukacja w świetle diagnoz  
prowadzonych z różnych perspektyw badawczych*  
Gniezno 2013



<sup>5</sup> Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 27 sierpnia 2012 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół (Dz. U. z dnia 30 sierpnia 2012 r. poz. 977).

Kierowanie indywidualnym rozwojem ucznia, to wskazanie mu kierunku działań uzupełniających i rozwijających (rys. 8), zaplanowanie indywidualnego rozwoju (tab. 8) – to już samodzielna praca ucznia. Nauczyciel w projekcie *Połowa drogi...* pełni funkcję diagnostyka rozwojowego i interwencyjnego oraz najważniejszą – rolę **tutora**. Współczesny nauczyciel matematyki, nie tylko rozpoznaje sytuację rozwojową ucznia, ale również pyta go, w jaki sposób ma zamiar osiągnąć pełny sukces i jak ocenia swoje dokonania.

**Tabela 8.** Plan samorealizacji Ucznia rozwiązującego zadanie matematyczne opisane w wierszu N. Usenko *Wielki bal*

<b>Planowane działania</b>		<b>TERMIN REALIZACJI</b> <i>(ile czasu potrzebują na opanowanie umiejętności)</i>	<b>EWENTUALNA WSPÓŁPRACA</b> <i>(kto pomoże mi w zrozumieniu i opanowaniu umiejętności)</i>	<b>SAMOOCENA</b> <i>(w skali 0 – 10)</i>
1.	Odkrycie liczb parzystych mniejszych od $20^6$	15 minut	-	10
2.	Odkrycie liczb będących wielokrotnościami trójki i mniejszych od $20^7$	15 minut	-	8
3.	Odkrycie liczb będących wielokrotnościami czwórki i mniejszych od $20^8$	15 minut	-	5
4.	Odkrycie, że liczby będące wielokrotnościami czwórki są parzyste (można w tym zadaniu tylko nimi się zajmować – bez wykonywania działania 1.)	5 minut	-	7
5.	Odkrycie liczb spełniających warunek 2. i 3. oraz sformułowanie odpowiedzi <sup>9</sup>	15 minut	Ala - moja koleżanka	8
6.	Czy potrafię rozwiązać inne, podobne problemy, np.:			
Zad <sup>10</sup> . Troje rodzeństwa podzieliło się obowiązkami przy obiedzie. Pierwszego dnia Adam nakrywa do stołu, a Basia zmywa naczynia, drugiego dnia Basia nakrywa, Jurek zmywa, trzeciego – Jurek nakrywa, Adam zmywa. W czwartym dniu znów jest tak, jak w pierwszym itd. Jurek nakrywał do stołu we wtorek. Najbliższe zmywanie przypadnie mu A .w sobotę                      B. w piątek                      C. w czwartek                      D. w środę				

Źródło: opracowanie własne.

<sup>6</sup> Odpowiedź 1.: 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18

<sup>7</sup> Odpowiedź 2.: 3; 6; 9; 12; 15; 18

<sup>8</sup> Odpowiedz 3.: 4; 8; 12; 16

<sup>9</sup> Odpowiedź do zadania *Wielki bal*: Świecznik powinien pomieścić 12 świec.

<sup>10</sup> *Sprawdzian w szóstej klasie szkoły podstawowej, 2013*

Kolejne edycje projektu **Połowa drogi...** to zapewne kolejne dylematy ewaluacyjne<sup>11</sup>. Porównując liczby uczestników projektu **Połowa drogi...** (tab. 2., cz. I i tab. 6.), można poczuć pewien niepokój: czy większą satysfakcję sprawiał nauczycielom matematyki sprawdzian umiejętności matematycznych z pełnym wyposażeniem pomiarowym i diagnostycznym, czy też praca twórcza, połączona z doskonaleniem zawodowym i dodatkowo jeszcze połączona z działaniami, których podmiotem są indywidualni uczniowie.

Wydarzenia edukacyjne – na przykład przed maturą 2016 – w pewnym sensie wyjaśniają sytuację: w okresie dwóch wiosennych miesięcy liczne wydawnictwa oferowały kilkanaście *sprawdzianów-próbnych matur*, niektóre również z raportem statystycznym...

Realizatorzy projektu **Połowa drogi...** istotę nauczania dostrzegają w nauczaniu ucznia **planowania samorozwoju**.



A.Rodin, *Myśliciel*<sup>12</sup>

---

<sup>11</sup> Elżbieta Ostaficzuk, Grażyna Śleszyńska - *W labiryncie projektu diagnostycznego „Połowa drogi...”*, s. 445 i nast. Konferencja PTDE XX Gdańsk, Diagnostyka edukacyjna. Dorobek i nowe zadania

*Diagnozy edukacyjne.  
Dorobek i nowe zadania*  
Gdańsk 2014



<sup>12</sup> Fot. E. Ostaficzuk